

# מתמטיקה

## 3 יחידות לימוד – שאלון ראשון – 035182

### שים לב!

השאלות במבחן **חוברו** מן החומר המפורט להלן.

### אלגברה

משוואות: משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.

מערכת משוואות: שתי המשוואות ממעלה ראשונה.

הערה: לא נדרש פתרון משוואות או מערכת משוואות בשאלה בפני עצמה.

פירוק לגורמים: פירוק על ידי הוצאת גורם משותף.

שאלות מילוליות: שאלות קנייה, מכירה ותשלומים כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים.

### גרפים

1. קריאת מידע (אינפורמציה) מגרפים המתארים מצבים "מציאותיים".

2. הקשר בין פתרון אלגברי והמשמעות הגרפית של הפתרון.

המושגים: עלייה, ירידה, כולל תחומים שבהם הגרף עולה או יורד - ללא פרמטרים.

3. השוואה איכותית של קצב שינוי, בגרפים מציאותיים ובגרפים אחרים. קריאת גרפים של פונקציה ליניארית ללא

פרמטרים, קריאת גרפים של פונקציות כלשהן (עבור פונקציות שאינן ליניאריות קריאת הגרף היא מתוך סרטוט בלבד וללא התבנית).

### גאומטריה אנליטית

מושגי יסוד בגאומטריה אנליטית.

קטעים: חישוב מרחק בין נקודות (אורך קטע) בעזרת משפט פיתגורס, אמצע קטע.

ישר: מציאת משוואת ישר על פי נקודה עליו ושיפוע נתון, על פי שתי נקודות. חיתוך והקבלה של ישרים.

### סדרה חשבונית

הגדרה מילולית של סדרה חשבונית על פי הפרש קבוע בין איברים עוקבים, הגדרת הסדרה החשבונית לפי מקום (הנוסחה

לאיבר כללי), נוסחת סכום n האיברים הראשונים. שימוש בנוסחאות לחישובים מסוגים שונים, כולל פתרון שאלות

מילוליות בסדרות.

### טריגונומטריה

הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות: סינוס, קוסינוס, טנגנס, במשולש ישר זווית ושימוש בהן.

יישומים במישור: משולשים ישרי זווית ומצולעים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית, משולש כללי.

במהלך פתרון הבעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של המצולעים השונים.

### סטטיסטיקה והסתברות

#### הסתברות

מציאת הסתברות של מאורע במרחב סופי כיחס בין מספר התוצאות במאורע למספר התוצאות במרחב. מציאת

הסתברות של זוג מאורעות בלתי תלויים כאלה (בשאלון זה לא נדרש למצוא חיתוך של שני מאורעות תלויים או של

שלושה מאורעות בלתי תלויים). הסתברות של מאורע משלים. הסתברות של איחוד מאורעות.

## מתמטיקה

### 3 יחידות לימוד — שאלון שני — 035381

#### שים לב!

השאלות במבחן חוברו מן החומר המפורט להלן.

#### אלגברה

משוואות ומערכות משוואות בלי פרמטר.

פתרון מערכת משוואות ממעלה ראשונה ושנייה, ללא מערכת המכילה מן שוואות מהצורה  $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c$  או  $ax^2 + by^2 = c$ .

**הערה:** לא נדרש פתרון משוואות או מערכת משוואות בשאלה בפני עצמה.

מציאת קשר בין פתרון גרפי לפתרון אלגברי של מערכת משוואות (רק פונקציות ממעלה ראשונה ושנייה). מציאת נקודות חיתוך של ישרים, של ישר ופרבולה.

תכונות הפונקציה הליניארית והריבועית.

פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף. שימוש בפירוק לגורמים לפישוט/ צמצום שברים אלגבריים פשוטים.

#### הרחבת מושג החזקה

חוקי החזקה (במעריכים טבעיים ואפס), הרחבת החזקה למעריכים שליליים.

השימוש בחזקות במבחן יכול להופיע בהקשרים שונים כגון הקשר של סדרה הנדסית או של גדילה ודעיכה.

#### סדרות

סדרה חשבונית וסדרה גאומטרית (הנדסית): הגדרה שלהן באמצעות שימוש בנוסחת האיבר הכללי.

#### בעיות גדילה ודעיכה דיסקרטיות

בעיות גדילה ודעיכה הניתנות לתיאור כסדרות גאומטריות (למשל חישובי ריבית דריבית, ירידת ערך, התרבות וכדומה).

בשאלות שבהן הנעלם הוא החזקה הפתרון הוא מספר טבעי הקטן מ-5.

טריגונומטריה:

הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות: סינוס, קוסינוס, טנגנס, במשולש ישר זווית ושימוש בהן.

יישומים במישור: מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית: משולש שווה-שוקיים, משולש כללי, מלבן. פתרון בעיות הדורשות שימוש בתכונות הגאומטריות של המצולעים השונים. חישובים במצולעים של אורכי קטעים (כולל מציאת אורך

קטע מהכרת נקודות הקצה שלו), זוויות ושטחים.

**הערה:** בטריגונומטריה, בכל השאלות יש סרטוט.

יישומים במרחב: הכרה אינטואיטיבית של מושגים במרחב — ישר ניצב למישור, זווית בין ישר למישור. חישוב של

אורכי צלעות, זוויות, נפח בגופים: פירמידה ישרה שבסיסה מלבן (כולל ריבוע).

### **הסתברות, סטטיסטיקה, והתפלגות נורמלית**

הסתברות: מציאת הסתברות של מאורע במרחב סופי כיחס בין מספר התוצאות במאורע למספר התוצאות במרחב. הסתברות של מאורע משלים. הסתברות של איחוד מאורעות. הסתברות של חיתוך מאורעות (עד שלושה מאורעות בלתי תלויים זה בזה). חישובים באמצעות טבלה, דיאגרמת עץ או דיאגרמה אחרת.

סטטיסטיקה: ממוצע וסטיית תקן.

התפלגות נורמלית: בהתבסס על קריאת הגרף של ההתפלגות הנורמלית (ללא שימוש בציוני תקן ובטבלה של ההתפלגות).

## מתמטיקה

### 3 יחידות לימוד — שאלון שלישי — 035382

#### שים לב!

השאלות במבחן **חוברו** מן החומר המפורט להלן.

#### שאלות מילוליות

שאלות קנייה, מכירה ותשלומים כולל התייקרויות והוזלות.

עשויות להיות שאלות עם אחוזים.

#### גאומטריה אנליטית

קטעים: מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.

ישרים: מציאת משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.

מעגל: משוואה קנונית ומשוואת מעגל כללי  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ , חיתוך של מעגל וישר, משיק למעגל בנקודה

שעל המעגל (כתנאי ניצבות).

**הערה:** עשוי להידרש משפט פיתגורס.

#### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

##### חשבון דיפרנציאלי

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול.

הנגזרת של  $x^k$  (k טבעי או 0), נגזרת של פולינום (כולל  $(cf(x))'$ ,  $(f(x) \pm g(x))'$ , נגזרת של הפונקציה:  $\frac{1}{x}$ ,

נגזרת של סכום, הפרש, ומכפלה של הפונקציה הנזכרת (התלמיד נדרש לזהות את הפונקציה  $\frac{1}{3x}$  כמכפלה של קבוע

בפונקציה:  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x}$  ולגזור אותה בהתאם).

שימושי הנגזרת:

- משוואת משיק: מציאת משוואת המשיק באמצעות גזירת הפונקציה.
- מציאת תחומי עלייה, ירידה ונקודות קיצון באמצעות גזירת הפונקציה.
- בעיות ערך קיצון בנושאים: מספרים, גרפים.
- חקירת פונקציות: מציאת תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה (אסימפטוטה שהיא ציר y או מקבילה לו), סרטוט סקיצה של גרף של פונקציה.

אסימפטוטה שהיא ציר x או מקבילה לו רק לפונקציות מן הצורה  $\frac{a}{x^k} + b$ ,  $k = 1, 2$ , b ממשי.

**הערה:** לא נדרש פתרון של אי-שוויון ריבועי לצורכי חישוב תחום ההגדרה.

##### חשבון אינטגרלי

פונקציה קדומה.

אינטגרל מסוים: חישוב אינטגרלים מסוימים, חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x ו/או לציר y, שטח בין גרפים של שתי

פונקציות ושטחים המורכבים משני חלקים (למשל חישוב של שטח בין שתי פונקציות נחתכות ובין ציר ה-x).

האינטגרלים הנדרשים בשאלון הם האינטגרלים של פולינומים בלבד.

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – חלק א' – 035481

#### שים לב!

השאלות במבחן **חוברו** מן החומר המפורט להלן.

#### טכניקה אלגברית

**פירוק לגורמים:** פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי־שוויונות.

**פתרון משוואות:** משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים. משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד. משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו־ריבועית). משוואות אי־רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).

לא נדרשת **חקירת** משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכדומה).

**אי־שוויונות:** אי־שוויונות ממעלה ראשונה ואי־שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי־שוויונות ממעלה שנייה עם פרמטר – רק לצורך שימוש בחדו"א.

אי־שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי־שוויונות שמהם אפשר להגיע לאי־שוויונות מן הצורה  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$  כאשר  $f(x)$  או  $g(x)$  הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת פונקציות.

**חזקות:** חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

**שורשים:** מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

#### שאלות מילוליות

שאלות תנועה, משולשת.

יש שאלות עם אחוזים.

#### גאומטריה אנליטית

**קטעים:** מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.

**שרים:** משוואות ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.

**מעגל:** משוואת מעגל קנוני ומשוואות מעגל כללי  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ .

חיתוך של מעגל וישר, משיק למעגל בנקודה שעל המעגל (כתנאי ניצבות). מעגל המשיק לאחד או שני הצירים.

#### הסתברות קלאסית:

אקראיות, מרחק הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית,

נוסחת בייס, מרחב דו־שלבי ותלת־שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).

**הערה:** יש ללמוד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

**גאומטריה אוקלידית**

מצולעים: חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים.

משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס.

משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים.

חלוקה פנימית של קטע ביחס נתון.

שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא נדרשות הוכחות המשפטים).

היחס במשולשים דומים בין היקפים, היחס בין שטחי משולשים דומים.

קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה

ליתר הוא ממוצע גאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גאומטרי של היטל הניצב על היתר.

מעגל: קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל.

זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן.

משיקים למעגל.

דמיון משולשים במעגל.

מקומות גאומטריים: האנך האמצעי וחוצה-זווית כמקומות גאומטריים.

הערה: פירוט המשפטים בגאומטריה נמצא באתר המפמ"ר בכתובת:

[http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut\\_pedagogit/matematika](http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika)

רשימת המשפטים בגאומטריה שאינם כלולים בשאלוני הבגרות של 4 יח"ל:

1. אם במעגל שני מיתרים נחתכים, מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
2. אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים, מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
3. אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.
4. חוצה-זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש).
5. ישר העובר דרך קודקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קודקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה), חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.
6. חלוקה חיצונית של קטע ביחס נתון.

**טריגונומטריה**

הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות המשלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזוויות שטוחה, מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות.

פתרון משוואות, בתוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מן הצורה  $\sin(ax + b) = c$ ,  $\cos(ax + b) = c$ ,

פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון

משוואות טריגונומטריות.

זהויות:  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ . שימוש בזהויות נדרש רק לצורך פתרון בעיות ולפתרון משוואות

טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גאומטריות במישור.

פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית.

משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

בפתרון בעיות גאומטריות במישור נדרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגאומטריה

אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

## חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

### חשבון דיפרנציאלי

משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה

וירידה, המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) - g(x)$  וכדומה.

הנגזרת של  $x^k$  ( $k$  טבעי או 0). נגזרת של פולינום (כולל  $(cf(x))'$ ,  $((f(x) \pm g(x))'$ ).

קשר בין גרף הפונקציה לגרף פונקציית הנגזרת.

נדרשת שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקצות האלה: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים),

פונקציית שורש ריבועי.

נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד) של כל הפונקציות.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או במציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (בכל סוגי הפונקציות).
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מאונכות לציר  $x$  (בכל סוגי הפונקציות למעט פונקציות פולינום) ואסימפטוטות מאונכות לציר  $y$  (רק בפונקציות רציונאליות).
- הקשר בין הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$ .

### חשבון אינטגרלי

אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות מנה שאפשר להביא לצורה  $\frac{c}{(ax+b)^n}$  (שלם,  $n \neq 1$ ).

עבור פונקציות אלה נדרשים פונקציה קדומה, אינטגרלים מיידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע,

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר  $x$  (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן),

חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות.

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – חלק ב' – 035482

#### שים לב!

השאלות במבחן חוברו מן החומר המפורט להלן.

#### אלגברה

##### חזקות ומעריכים

חוקי החזקות: כל חוקי החזקות שנלמדו בעבר וגם חזקה עם מעריך רציונאלי. שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. פונקציות מעריכיות: תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות מעריכיות: על פי הנדרש ביישומים של חדו"א. אי-שוויונות מעריכיים פשוטים (אי-שוויונות שמהם אפשר להגיע לצורה  $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ , מספר קבוע,  $a > 0$ , ומובילים לכל היותר לאי-שוויון ריבועי).

##### לוגריתמים

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. הפונקציות הלוגריתמיות: תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א.

##### סדרות

סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה): איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך. סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, לא נדרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך. סדרות מעורבות.

##### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

##### חשבון דיפרנציאלי

נגזרות של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות, ופונקציות לוגריתמיות, (כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום ופונקציות רציונאליות). עבור כל הפונקציות: נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה. נגזרת של פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד).

עבור כל הפונקציות, שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או במציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות

לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הזה:

אסימפוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים נדרשות עבור  $e^x$ ,  $\ln x$  ושילובים פשוטים שלהם.

עבור  $e^{f(x)}$ ,  $\ln f(x)$ , נדרשות אסימפוטות רק כאשר מציאתן פשוטה.

- הקשר בין הפונקציות  $f(x)$  ו-  $f'(x)$ .

### חשבון אינטגרלי

חשבון אינטגרלי של פונקציות מעריכיות: האינטגרל של  $e^x$ ,  $e^{f(x)}$  כאשר הפונקציה  $f(x)$  ליניארית. אינטגרלים מיידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית.

אינטגרלים של פונקציות טריגונומטריות.

האינטגרל המסוים.

חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר  $x$  (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.

### טריגונומטריה

הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות המשלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה), ושל הזוויות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

### משוואות טריגונומטריות

פתרון משוואות, בתוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מן הצורה:  $\sin(ax + b) = c$ ,  $\cos(ax + b) = c$ ,  $\tan(ax + b) = c$ ,  $\sin \alpha = \sin \beta$ ,  $\cos \alpha = \cos \beta$ , פתרון כללי ופתרון בתחום נתון.

שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות:  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ,  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 2\alpha$ .

### טריגונומטריה במרחב

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגאומטריה ובהויות טריגונומטריות.

חישובים במרחב של זוויות, אורכי קטעים, שטחים, (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים: מנסרה משולשת ישרה ופירמידה ישרה שבסיסה מלבן.

בפתרון בעיות נדרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות והגופים השונים, בהויות ובפונקציות הטריגונומטריות. בבעיות במרחב נדרש שימוש גם במושגים: ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין ישרים, זווית בין ישר למישור. לצורך פתרון הבעיות נדרש שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטריה למציאת זוויות, פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית, ונוסחת שטח המשולש  $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$ .

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — חלק א' — 035581

#### שים לב!

השאלות במבחן **חוברו** מן החומר המפורט להלן.

#### טכניקה אלגברית

פירוק לגורמים: פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי־שוויונות.

פתרון משוואות: משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים. משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד).

משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו־ריבועית). משוואות אי־רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).

לא נדרשת חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכדומה), למעט שימוש בגאומטריה אנליטית.

אי־שוויונות: אי־שוויונות ממעלה ראשונה ואי־שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי־שוויונות ריבועיים עם פרמטר רק לצורך שימוש בחדו"א ובשאלות מילוליות.

אי־שוויונות ליניאריים בערך מוחלט עם ביטוי ליניארי ומספר ממשי המביעים את מושג המרחק, לדוגמה:  $|2x - 5| < 3$  או במרוכבים.

חזקות: חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

שורשים: מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. חילוק פולינומים בפולינום ליניארי (רק כטכניקה נדרשת, בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי).

#### שאלות מילוליות

שאלות תנועה.

עשויות להיות שאלות עם אחוזים.

#### סדרות

סדרה הנדסית סופית ואי־סופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) — איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

#### הסתברות קלאסית

אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו־שלבי ותלת־שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).

הערה: יש ללמד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

**גאומטריה אוקלידית**

מצולעים: חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס.

משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים. מפגש התיכונים במשולש, חלוקת קטע ביחס נתון, חלוקה פנימית וחלוקה חיצונית. שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא נדרשות הוכחות המשפטים).

היחס במשולשים דומים בין היקפים ושטחים של משולשים דומים.

היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא נדרשת הוכחה).

מעגל: קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל.

זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן.

משיקים למעגל.

שני מעגלים משיקים מבחוץ.

מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות)

דמיון משולשים במעגל.

קטעים פרופורציוניים במעגל. מיתרים נחתכים במעגל. חותך ומשיק מנקודה חיצונית למעגל, שני חותכים היוצאים מנקודה חיצונית למעגל.

הערה: פירוט המשפטים בגאומטריה נמצא באתר המפמ"ר בכתובת:

[http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut\\_pedagogit/matematika](http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika)

רשימת המשפטים בגאומטריה שאינם כלולים בשאלוני הבגרות של 5 יח"ל:

1. חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש).
2. ישר העובר דרך קודקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קודקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.

**טריגונומטריה**

הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוויות או האי־זוויות של הפונקציות הטריגונומטריות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות ושליליות, עלייה וירידה), ושל הזווית ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, בתוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מן הצורה  $\cos(ax + b) = c$  ,  $\sin(ax + b) = c$  פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות:  $\cos 2\alpha$  ,  $\sin 2\alpha$  ,  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  ,  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

שימוש בזהויות נדרש רק לצורך פתרון בעיות במישור ולפתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גאומטריות, ובמסגרת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי־זווית.

משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

בפתרון בעיות גאומטריות במישור (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) נדרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

**הערות:**

- א. לא נדרש פתרון המשוואה  $a \sin x + b \cos x = c$  במקרה:  $a \neq b, c \neq 0$ .
- ב. פתרון משוואות טריגונומטריות אינו נדרש כתרגיל בפני עצמו אלא כחלק מפתרון בעיות, כולל בעיות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
- ג. לא נדרש פתרון תרגילים העוסקים בזיהוי משולשים על פי משוואה טריגונומטרית המתקיימת במשולש.

**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**

חשבון דיפרנציאלי:

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כההליך גבולי.

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי־זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) - g(x)$  וכדומה.

הנגזרת של  $x^k$  (k טבעי או 0), נגזרת של פולינום (כולל  $(cf(x))'$ ,  $((f(x) \pm g(x))'$ ).

נדרשת שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות האלה: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציות טריגונומטריות, פונקציית שורש ריבועי. נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות. נגזרת שנייה.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור מכל סוגי הפונקציות.
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי־הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות).

חשבון אינטגרלי

אינטגרלים של פונקציות פולינום ופונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות). עבור פונקציות אלו נדרשים אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת אינטגרל של פונקציה רציונאלית עם מכנה ליניארי על ידי חילוק פולינומים.

מציאת אינטגרל מן הצורה:  $\int f'(u) \cdot u' dx$  (u היא פונקציה של x), באמצעות זיהוי הנגזרת החיצונית של פונקציה מורכבת ונגזרתה הפנימית, לדוגמה:  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 2}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3 + 2} + C$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 2}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3 + 2} + C$$

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: בנושאים של חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, ייתכן שימוש בחילוק פולינומים.

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — חלק ב' — 035582

**שים לב!**  
השאלות במבחן **חוברו** מן החומר המפורט להלן.

- לתשומת ליבכם: כל המיומנויות והמושגים הנדרשים בשאלון הראשון ברמת 5 יח"ל הם בסיס להמשך ולכן השליטה במיומנויות אלה נדרשת גם בשאלון השני.

#### וקטורים

וקטורים כחיצים במישור ובמרחב. חיבור וקטורים ותכונותיו, חיסור וקטורים. כפל בסקלר ותכונותיו. קומבינציה ליניארית של וקטורים. חלוקת קטע ביחס נתון. שימושים לחישובים ולהוכחות במישור ובמרחב. המכפלה הסקלרית ותכונותיה. ניצבות בין ישרים ובין ישר למישור. חישובי אורך וחישובי זווית. יש ללמוד הוכחות של תכונות גאומטריות במישור ובמרחב באמצעות וקטורים, אך לא נדרשת בבחינה הוכחה של משפט גאומטרי באמצעות וקטורים. מערכת צירים במרחב. הצגה אלגברית של וקטורים ופעולות אלגבריות בווקטורים (חיבור, חיסור, כפל בסקלר ומכפלה סקלרית). הצגה פרמטרית של ישר במרחב. הצגה פרמטרית של מישור במרחב, ומשוואה של מישור במרחב, מצב הדדי בין ישר למישור. חישוב מרחק בין שתי נקודות. חישוב זווית בין שני ישרים.

- להלן המשפטים הנדרשים בנושא הווקטורים ללא הוכחה (לשימושים בחישובים).
- א. ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור.
  - ב. ישר במישור ניצב למשופע למישור אם ורק אם הוא מאונך להיטל המשופע על המישור.
  - ג. ישר ניצב למישור ABC אם ורק אם  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA} \cdot \vec{OC} = \vec{OB} \cdot \vec{OC}$  כאשר וקטור על הישר ר-O ראשית הצירים.
  - ד. כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כקומבינציה ליניארית של שני וקטורים בלתי תלויים במישור, וכל קומבינציה כזו נמצאת במישור.
  - ה. כל שלושה וקטורים בלתי תלויים במרחב הם בסיס למרחב.

#### מספרים מרוכבים

הגדרה, שוויון, ארבע הפעולות. ערך מוחלט, מספרים צמודים, שורש שני. הצגת המספרים המרוכבים במישור גאוס. משפט דה־מואבר, שורשי יחידה, שורשים. המשמעויות הגאומטריות של ארבע הפעולות, של הערך המוחלט ושל השורשים.

הערה: בפתרון בעיות במספרים מרוכבים עשוי להידרש שימוש בזהויות טריגונומטריות.

## גיאומטריה אנליטית

קטעים: מרחק בין שתי נקודות, חלוקת קטע ביחס נתון.

ישרים: שיפוע ישר על פי שתי נקודות, משוואת ישר (על פי שיפוע ונקודה, ועל פי שתי נקודות), נקודת חיתוך של שני

ישרים, ישרים מקבילים וישרים מאונכים זה לזה, מרחק של נקודה מישר.

מעגל: מעגל (כללי), משיק למעגל בנקודה עליו.

פרבולה: הגדרתה כמקום גאומטרי, המשוואה הקנונית, מוקד ומדריך.

פתרון בעיות המשלבות צורות שונות מבין הצורות שתוארו לעיל.

מקומות גאומטריים.

## טריגונומטריה במרחב

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגאומטריה ובזהויות טריגונומטריות בסיסיות.

חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים הישרים:

תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת, פירמידה שבסיסה מלבן.

בפתרון בעיות נדרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

## אלגברה

### חזקות ומעריכים

חוקי החזקות. חזקה עם מעריך רציונאלי.

שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

פונקציות מעריכיות ותכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות מעריכיות ואי־שוויונות מעריכיים, על פי הנדרש ביישומים של חדר"א.

### לוגריתמים

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. הפונקציות הלוגריתמיות ותכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות לוגריתמיות ואי־שוויונות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חדר"א.

## חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

### חשבון דיפרנציאלי

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה

כתהליך גבולי.

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות,

של  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) - g(x)$  וכדומה.

נגזרות של פונקציות מעריכיות, ופונקציות לוגריתמיות, כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום ופונקציות רציונאליות.

נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (  $x^2$  קעורה כלפי מעלה,  $-x^2$  קעורה כלפי מטה), נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, נקודה שעל גרף הפונקציה או מחוץ לגרף הפונקציה.
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הזה: אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים נדרשים עבור  $e^x$ ,  $\ln x$  ושילובים פשוטים שלהם. עבור  $\ln(x)$  ו-  $e^{f(x)}$  נדרשות אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה. לא נדרשות אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציית חזקה עם אחת הפונקציות האלה.
- הקשר בין הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו-  $f''(x)$ .

חשבון אינטגרלי

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ושל פונקציות שהקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של  $e^x$  ו-  $\frac{1}{x}$ , וכן  $e^{f(x)}$  ו-  $\frac{1}{f(x)}$  כאשר  $f(x)$  ליניארית, ו-  $\frac{f'(x)}{f(x)}$  ושילובן בפונקציות רציונאליות.

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע.

אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה.

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר  $x$  (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן),

חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.

**הערה:** הנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות כולל את כל הנושאים, המיומנויות

(האנליטיות והאלגבריות), והשימושים הנדרשים בשאלון הקודם.