

סוג הבחינה: גמר לבתי-ספר לטכנאים ולהנדסאים

מועד הבחינה: אביב תשע"ו, 2016

סמל השאלון: 714003

נספחים: א. דף תשובות

ב. מילון מונחים

אלגברה לינארית

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון 64 נקודות

פרק שני 36 נקודות

סה"כ 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר לשימוש: 1. כל חומר עזר כתוב בכתב-יד או מודפס על נייר.

2. מחשבון פשוט שאינו ניתן לתכנות.

ד. הוראות מיוחדות:

1. את התשובות לכל השאלות יש לרשום אך ורק על גבי דף התשובות שבנספח א'.

2. לנוחותך, לשאלון זה מצורף מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכל

להיעזר בו בעת הצורך.

הוראות למשגיח:

בתום הבחינה יש לוודא שהנבחנים הדביקו את מדבקת הנבחן שלהם במקום המיועד לכך בדף התשובות שבנספח א' וצירפו אותו למחברת הבחינה.

בשאלון זה 24 עמודים ו-4 עמודי נספחים.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר,

אך מכוונות הן לנבחנות והן לנבחנים.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

השאלות

פרק ראשון (64 נקודות)

ענה על ארבע מבין השאלות 1-5 (לכל שאלה – 16 נקודות).
בכל אחת מן השאלות 1-5 נתונים חמישה סעיפים, א'-ה', שאינם תלויים זה בזה.
בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחר את התשובה הנכונה, והקף בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'.
בשאלות שבחרת לענות עליהן, ענה על כל הסעיפים.
הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך בדף התשובות שבנספח א', והדק אותו למחברת הבחינה.

שאלה 1

הסעיפים א'-ג' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונה מערכת המשוואות: $A\underline{x} = \underline{b}$

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a-1 \\ 0 & -1 & 1 \\ a-2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{עבור:}$$

א. בעבור אילו ערכים של a יש למערכת הנתונה פתרון יחיד?

1. בעבור כל a השונה מ-0 ומ-3
2. בעבור a השווה ל-0 או ל-3
3. בעבור כל ערך של a
4. לא קיים ערך של a שבעבורו יש למערכת הנתונה פתרון יחיד

ב. עבור $a = 0$, קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון.

1. למערכת הנתונה יש פתרון יחיד
2. למערכת הנתונה יש אינסוף פתרונות
3. למערכת הנתונה אין אף פתרון
4. כל וקטור v ששייך ל- R^3 יהווה פתרון למערכת הנתונה

ג. עבור $a = 3$, קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון.

1. למערכת הנתונה יש פתרון יחיד
2. למערכת הנתונה יש אינסוף פתרונות
3. למערכת הנתונה אין אף פתרון
4. כל וקטור v ששייך ל- R^3 יהווה פתרון למערכת הנתונה

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונה מערכת המשוואות: $A\underline{x} = \underline{b}$

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} k & k & k & k \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ עבור:}$$

ד. קבע איזו מבין הטענות שלהלן אינה נכונה.

1. אם למערכת הנתונה יש אינסוף פתרונות אזי $k = 0$
2. אם $k = 0$ אזי למערכת הנתונה יש אינסוף פתרונות
3. קיים k ממשי שבעבורו יש למערכת הנתונה פתרון יחיד
4. עבור $k = 2$ אין למערכת הנתונה אף פתרון

ה. לפניך הגדרה:

מטריצה A תיקרא **שקולת שורות** למטריצה B אם לאחר ביצוע סדרת פעולות אלמנטריות על השורות של המטריצה A תתקבל המטריצה B .

לפיכך, **עבור כל k ששייך ל- \mathbb{R}** , בחר את ההיגד הנכון עבור המטריצה A הנתונה:

1. המטריצה A היא שקולת שורות למטריצה בעלת שתי שורות של אפסים
2. המטריצה A היא שקולת שורות למטריצת היחידה
3. המטריצה A^2 היא שקולת שורות למטריצת היחידה
4. המטריצה A היא שקולת שורות למטריצה בעלת שורה אחת של אפסים

שאלה 2

כל הסעיפים בשאלה זו מתייחסים למטריצה הזאת: $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k \\ k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \end{pmatrix}$.

א. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. הדטרמיננטה של $2A$ שווה ל- $2k^3$
2. קיים $k \neq 0$ טבעי כך שהדטרמיננטה של A שווה ל-0
3. הדטרמיננטה של A אינה תלויה ב- k
4. הדטרמיננטה של A שווה ל- k^3

ב. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $A^3 = I$
2. עבור $k = -1$ מתקיים $A^2 = I$
3. עבור $k = 1$ מתקיים $A^2 = I$
4. A היא מטריצה הפיכה אם ורק אם $k \neq 0$

ג. בסעיף זה הנח ש- $k \neq 0$. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. המטריצה A^m אינה הפיכה עבור $m \geq 2$

2. המטריצה A^m הפיכה אם ורק אם m זוגי

3. המטריצה A^m הפיכה לכל $m \geq 1$

4. המטריצה A^m הפיכה אם ורק אם m אי-זוגי

ד. נתונה מטריצה B כך ש- $B = kA$. במטריצה B מחליפים בין העמודה הראשונה לעמודה השלישית ואחר כך מחליפים בין השורה הראשונה לשורה השלישית. עתה, הדטרמיננטה של המטריצה המתקבלת תהיה:

1. $-k^9$

2. k^{-6}

3. k^6

4. k^9

ה. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך אינו נכון:

1. הדטרמיננטה של A שווה לדטרמיננטה של A^2 עבור $k = 1$

2. הדטרמיננטה של A שווה לדטרמיננטה של A^{-1} עבור $k = 1$

3. מתקיים $A^{-1} = A^2$ עבור $k = 1$

4. מתקיים $A^{-1} = A$ עבור $k = 1$

שאלה 3

א. לפניך הגדרה:

מטריצה A נקראת **אנטי-סימטרית** אם $A^T = -A$.

נתונה המטריצה **האנטי-סימטרית** הזאת: $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

מהי הדטרמיננטה של A ?

1. $aei - ceg$

2. abc

3. $abc - def$

4. 0

ב. נתונה מטריצה סימטרית $C = \begin{pmatrix} 1 & b & c \\ b & 1 & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$, כלומר $C = C^T$.

אם נתון כי: $C \cdot C^T = I$, אזי:

1. $b + c = 1$

2. $b + e = 1$

3. $c + f = 1$

4. $b + f = 0$

ג. נתונה מטריצה B כלשהי. המטריצה $B - B^T$ היא:

1. סימטרית

2. אנטי-סימטרית

3. מטריצת האפס

4. שווה למטריצה $(B - B^T)^T$

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים לשתי המטריצות שלהלן:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} b & -b & -a \\ -1 & 1 & a \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ו-} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

ד. מה יהיה ערכם של a ו- b ?

1. $a = 1, b = 2$

2. $a = -1, b = -2$

3. $a = 1, b = -2$

4. $a = -1, b = 2$

ה. מה יהיה סכום האיברים של הפתרון היחיד של המערכת $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$?

1. 2

2. 1

3. 3

4. 0

שאלה 4

הסעיפים א' ו-ב' מתייחסים לטרנספורמציה T כאשר הטרנספורמציה $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ מיוצגת על-ידי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, כלומר, לכל $\underline{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ מתקיים $T(\underline{v}) = A \cdot \underline{v}$.

א. קבע איזו מבין הטענות שלהלן אינה נכונה:

1. לטרנספורמציה הנתונה יש שני ערכים עצמיים שונים בלבד
2. מבין הערכים העצמיים של T קיימים שניים שסכומם הוא 7
3. מבין הערכים העצמיים של T קיימים שניים שמכפלתם היא 6
4. מכפלת כל הערכים העצמיים של T היא 0

ב. קבע איזו מבין הטענות שלהלן אינה נכונה:

1. קיימים v_1, v_2 בלתי תלויים לינארית כך ש- $T(v_1 + v_2) = v_1 + 6v_2$
2. קיים v_1 כך ש- $T(v_1) = 2v_1$
3. קיימים v_1, v_2 כך ש- $T(v_1 - v_2) = 0$
4. קיימים v_1, v_2 כך ש- $T(v_1) = T(v_2)$

הסעיפים ג', ד' ו-ה' מתייחסים לטרנספורמציה T כאשר הטרנספורמציה $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ מיוצגת על-ידי המטריצה

$$T(\underline{v}) = A \cdot \underline{v} \text{ מתקיים } \underline{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ כלומר, כל } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & * \end{pmatrix}$$

(ה- * במטריצה מציינת ערך שנשמט.)

ג. מה יהיה ערכו של $\dim(\text{Ker}T)$?

1. לכל היותר
2. 0
3. 2
4. אי אפשר לדעת, כי ערכו תלוי בערך של *

ד. קבע איזו מבין הטענות שלהלן היא הטענה הנכונה.

1. הממד של $\text{Im}T$ שווה ל-1
2. הממד של $\text{Im}T$ שווה ל-0
3. $\text{Im}T$ שווה ל- \mathbb{R}^2
4. אי אפשר לדעת את הממד של $\text{Im}T$, כי ערכו תלוי בערך של *

ה. מה יהיה סכום אברי הווקטור $T(e)$ עבור $e = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$?

1. 4
2. 0
3. 1
4. תלוי בערך של *

שאלה 5

הסעיפים א'-ג' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונים הווקטורים $v_1 = (3, 0, -1)$, $v_2 = (2, 0, 1)$, $v_3 = (-1, 0, 2)$

א. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. הקבוצה $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ פורשת את \mathbb{R}^3
2. הקבוצה $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ בלתי תלויה לינארית
3. כל שני וקטורים מן הקבוצה $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ הם בלתי תלויים לינארית
4. בקבוצה $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ אין שני וקטורים אנכיים זה לזה

ב. נסמן $U = \text{Sp}\{v_1, v_2\}$ ו- $W = \text{Sp}\{v_2, v_3\}$.

קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $\dim U < \dim W$
2. $\dim U = \dim W$
3. מספר האיברים ב- $U \cap W$ הוא 1
4. $U \cup W$ הוא תת-מרחב של \mathbb{R}^3

ג. נסמן: $u_1 = v_1 + v_2 + v_3$, $u_2 = v_1 - v_2 - v_3$.

קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $\{u_1, u_2\}$ תלויים לינארית
2. $\dim \text{Sp}\{u_1, u_2\} = 1$
3. $\dim \text{Sp}\{u_1, u_2\} = \dim \text{Sp}\{v_1, v_2, v_3\}$
4. $\dim \text{Sp}\{u_1, u_2, v_1, v_2, v_3\} = 5$

ד. נתונה קבוצת הווקטורים: $B = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. ידוע שהיא תלויה לינארית.

קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. קיימים $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$, לא כולם אפס, כך ש- $x_4 = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3$

2. ייתכן שאחד הווקטורים מן הקבוצה B הוא וקטור האפס

3. כל אחד מן הווקטורים בקבוצה B הוא צירוף לינארי של הווקטורים האחרים שב-B

4. קיים בקבוצה B וקטור אחד ויחיד שהוא צירוף לינארי של הווקטורים האחרים שב-B

ה. נתונה קבוצת הווקטורים: $C = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$.

קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד שאינו נכון:

1. אם B תלויה לינארית אז $\text{Sp}(C) = \{0\}$

2. אם $\dim \text{Sp}(C) = 3$ אז B תלויה לינארית

3. אם B תלויה לינארית אז $\dim \text{Sp}(C)$ שונה מ-4

4. אם $\dim \text{Sp}(C) = 4$ אז B בלתי תלויה לינארית

פרק שני (36 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 18 נקודות).
בכל אחת מן השאלות 6-8 נתונים שבעה סעיפים, שאינם תלויים זה בזה. בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחר את התשובה הנכונה והקף בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'.
בשאלות שבחרת לענות עליהן, ענה על כל הסעיפים.

שאלה 6

בשאלה זו שבעה סעיפים, א'-ז', שאינם תלויים זה בזה. ענה על כל הסעיפים.

נתונה בעיית תכנון לינארי: $\max \{Z = ax_1 + (1-a)x_2\}$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$(1) \quad x_1 + x_2 \leq 5$$

$$(2) \quad -x_1 + x_2 \leq 5$$

$$(3) \quad x_2 \leq 3$$

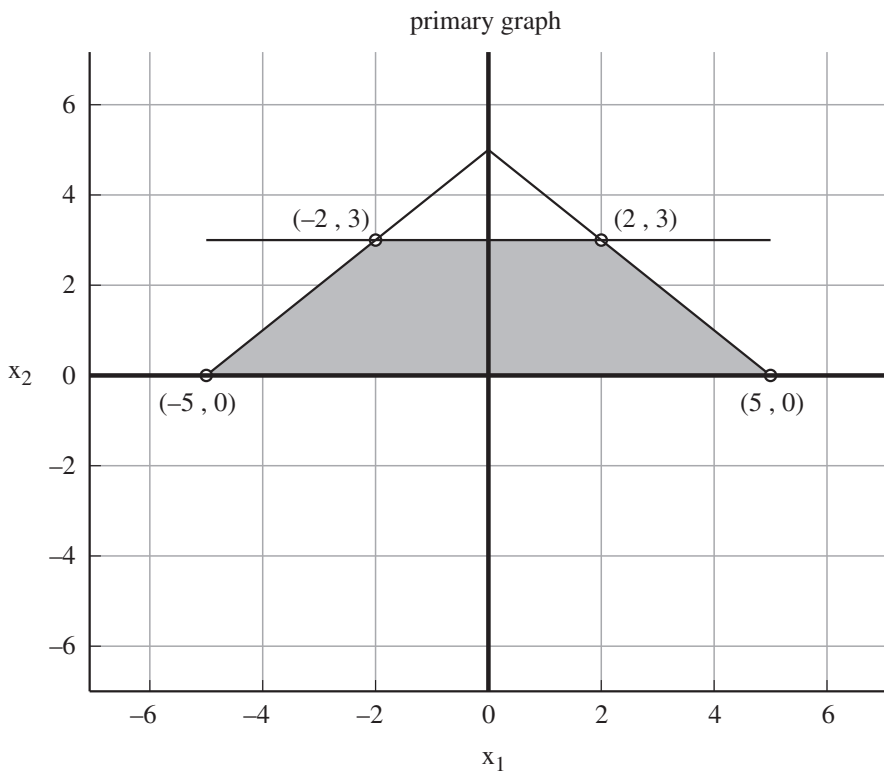
$$x_2 \geq 0$$

$$-\infty \leq x_1 \leq \infty$$

x_1 אינו מוגבל בסימן.

a הוא פרמטר של הבעיה.

לפניך סרטוט של תחום הפתרונות האפשריים של הבעיה הנתונה.



איור לשאלה 6

א. בעבור אילו ערכים של a יהיה $(2, 3)$ הפתרון האופטימלי היחיד לבעיה הנתונה?

1. בעבור $a > 0$
2. בעבור $a > -\frac{3}{4}$
3. בעבור $a < \frac{1}{2}$
4. בעבור $0 < a < \frac{1}{2}$

ב. בעבור אילו ערכים של a יהיה $(5, 0)$ הפתרון האופטימלי היחיד לבעיה הנתונה?

1. בעבור $a < \frac{1}{2}$

2. בעבור $a > 0$

3. בעבור $a > \frac{1}{2}$

4. בעבור $a > \frac{3}{10}$

ג. בעבור אילו ערכים של a יהיה $(-2, 3)$ הפתרון האופטימלי היחיד לבעיה הנתונה?

1. בעבור $a < 0$

2. בעבור $a > 0$

3. בעבור $a < \frac{3}{10}$

4. לא קיים a כזה

ד. בעבור אילו ערכים של a יהיה $(-5, 0)$ הפתרון האופטימלי היחיד לבעיה הנתונה?

1. לא קיים a כזה

2. בעבור $a < -\frac{3}{4}$

3. בעבור $a < 0$

4. בעבור $a > 0$

ה. בעבור אילו ערכים של a יהיו אינסוף פתרונות אופטימליים?

1. בעבור $a = 0$ או $a = \frac{1}{2}$

2. בעבור $a = 0$ בלבד

3. לא קיים a כזה

4. בעבור $a = \frac{1}{2}$ בלבד

1. מוסיפים אילוץ לבעיה הנתונה **בתחילת השאלה** והוא:

$$x_2 \geq 3$$

מה יהיה כעת הפתרון האופטימלי?

1. כאשר $a > 0$ הפתרון האופטימלי הוא $(-2,3)$, וכאשר $a < 0$ הפתרון האופטימלי הוא $(2,3)$.
2. כאשר $a > 0$ הפתרון האופטימלי הוא $(2,3)$, וכאשר $a < 0$ הפתרון האופטימלי הוא $(-2,3)$.
3. לא קיים פתרון אופטימלי מכיוון שתחום הפתרונות האפשריים הוא תחום ריק.
4. הפתרון האופטימלי הוא $(2,3)$ לכל ערך של a .

2. מוסיפים אילוץ לבעיה הנתונה **בתחילת השאלה** והוא:

$$x_2 \geq 4$$

בעבור אילו ערכים של a יהיה $(2, 3)$ הפתרון האופטימלי?

1. בעבור $0 < a < \frac{1}{2}$.
2. בעבור $a > 0$.
3. בעבור $a < 0$.
4. לא קיים a כזה משום שתחום הפתרונות האפשריים הוא תחום ריק.

שאלה 7

בשאלה זו **שבעה** סעיפים, א'-ז', שאינם תלויים זה בזה. ענה על **כל** הסעיפים.

א. בטבלה שלפניך מוצגים נתוני ההיצע והביקוש לבעיית תובלה כלשהי:

מקורות	יעדים					היצע
	1	2	3	4	5	
1						38
2						54
3						123
4						85
ביקוש	90	80	30	60	40	

פתרון בסיסי אפשרי לבעיית התובלה הנתונה, לפי שיטת הפינה הצפון-מערבית, הוא:

1. $x_{11} = 38, x_{22} = 54, x_{32} = 26, x_{33} = 30, x_{34} = 60, x_{35} = 7, x_{45} = 33, x_{41} = 52$
2. $x_{11} = 38, x_{22} = 54, x_{32} = 30, x_{33} = 26, x_{34} = 60, x_{35} = 7, x_{45} = 33, x_{41} = 52$
3. $x_{11} = 38, x_{21} = 52, x_{22} = 2, x_{32} = 78, x_{33} = 30, x_{34} = 45, x_{44} = 15, x_{45} = 40$
4. $x_{11} = 38, x_{21} = 52, x_{22} = 2, x_{32} = 78, x_{33} = 30, x_{34} = 15, x_{44} = 45, x_{45} = 40$

ב. אלגוריתם סימפלקס אשר מוצא פתרון אופטימלי לבעיית תובלה נתונה חייב להתחיל עם פתרון:

1. שאינו אפשרי
2. בסיסי אפשרי שמתקבל בשיטת הפינה הצפון-מערבית בלבד
3. בסיסי אפשרי כלשהו שמתקבל בדרך כלשהי ולא בהכרח בשיטת הפינה הצפון-מערבית
4. אפשרי כלשהו אך לא בהכרח בסיסי

ג. בטבלה שלפניך נתון פתרון לבעיית תובלה:

מקורות	יעדים			היצע
	1	2	3	
1	10	8	3	100
2	12	15	9	30
3	2	7	1	540
ביקוש	200	40	430	

קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. הפתרון הנתון אינו פתרון אפשרי
2. הפתרון הנתון הוא פתרון אפשרי אך לא בסיסי
3. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אפשרי אך לא אופטימלי
4. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אופטימלי

ד. הטבלה שלפניך מכילה נתונים לבעיית תובלה, ונתונים ערכיהם של $u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$ שמתאימים לפתרון מסוים לבעיה הנתונה.

מקורות	יעדים			היצע	u_i
	1	2	3		
1	10	9	3	300	1
2	12	14	9	400	7
3	2	7	1	740	0
ביקוש	300	640	500		
v_j	2	7	2		

לפי הנתונים שבטבלה, הפתרון הבסיסי האפשרי לבעיית התובלה הנתונה הוא:

$$1. \quad x_{12} = 300, \quad x_{22} = 340, \quad x_{23} = 60, \quad x_{33} = 440, \quad x_{31} = 300$$

$$2. \quad x_{13} = 300, \quad x_{22} = 200, \quad x_{23} = 200, \quad x_{32} = 440, \quad x_{31} = 300$$

$$3. \quad x_{13} = 300, \quad x_{22} = 200, \quad x_{23} = 200, \quad x_{31} = 440, \quad x_{32} = 300$$

$$4. \quad x_{12} = 300, \quad x_{22} = 340, \quad x_{23} = 60, \quad x_{31} = 440, \quad x_{33} = 300$$

ה. בטבלה שבסעיף ד' משנים את עלות התובלה ממקור 1 ליעד 2 מ-9 ל-8.

לאור שינוי זה קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון.

1. הפתרון הבסיסי לא ישתנה ויישאר יחיד ומתאים לערכי u_i ו- v_j הנתונים

2. ישנם שני פתרונות בסיסיים אפשריים בלבד המתאימים לערכי u_i ו- v_j הנתונים

3. ישנם אינסוף פתרונות בסיסיים אפשריים המתאימים לערכי u_i ו- v_j הנתונים

4. לאור השינוי לא קיים פתרון בסיסי אפשרי המתאים לערכי u_i ו- v_j הנתונים

1. מאמן ענף השחייה באגודה ספורטיבית כלשהי צריך לקבוע מי ייצג את האגודה בחמש תחרויות שחייה שיתקיימו בקרוב. השחיינים יתחרו בסגנונות: גב, חזה, פרפר, חתירה וחופשי. אורך המסלול בכל אחד מן התחרויות הוא זהה. הטבלה שלפניך מסכמת את הישגי חמשת השחיינים המצטיינים באגודה הזו בכל אחד מן הסגנונות (התוצאות נמדדו בשניות):

שחיין	סגנון				
	גב	חזה	פרפר	חתירה	חופשי
A	41	44	44	44	47
B	41	43	43	42	43
C	43	45	49	44	44
D	46	47	43	49	45
E	48	42	46	46	49

המאמן רוצה לבחור את השחיינים כך שהזמן הכולל של כל השחיינים יחד יהיה מינימלי. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. בפתרון האופטימלי השחיין D ישחה בסגנון פרפר, אולם השחיין C לא ישחה בסגנון גב.
2. בפתרון האופטימלי השחיין C ישחה בסגנון גב, וגם השחיין D ישחה בסגנון פרפר.
3. בפתרון האופטימלי השחיין C ישחה בסגנון גב, אולם השחיין D לא ישחה בסגנון פרפר.
4. בפתרון האופטימלי השחיין C לא ישחה בסגנון גב, וגם השחיין D לא ישחה בסגנון פרפר.

ז. בטבלה שלפניך נתון פתרון לבעיית ההשמה שלהלן (בעיית מינימיזציה):

מפעלים	לקוחות			
	V	W	X	Y
A	①	4	4	4
B	1	3	3	②
C	3	⑤	9	4
D	6	7	③	9

כלומר, בפתרון הנתון:

- המפעל A מספק פריטים ללקוח V בלבד.
- המפעל B מספק פריטים ללקוח Y בלבד.
- המפעל C מספק פריטים ללקוח W בלבד.
- המפעל D מספק פריטים ללקוח X בלבד.

איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון?

1. הפתרון הנתון הוא פתרון אופטימלי לא יחיד
2. הפתרון הנתון הוא פתרון אפשרי אך לא אופטימלי
3. הפתרון הנתון הוא פתרון אופטימלי יחיד
4. הפתרון הנתון אינו פתרון אפשרי

שאלה 8

בשאלה זו **שבעה** סעיפים, א'-ז'. ענה על **כל** הסעיפים.

סעיפים א' - ב' מתייחסים לבעיה הפרימלית הבאה:

$$\max \{Z = x_1\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$-x_1 + x_2 \leq 0$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

לבעיה הנתונה מוסיפים משתנה חוסר: x_3 , ופותרים אותה בשיטת הסימפלקס.

טבלה א' שלפניך מתארת את נתוני הבעיה הנתונה:

משתני בסיס	Z	x_1	x_2	x_3	אגף ימין
z	1	-1	0	0	0
x_3	0	-1	1	1	0

טבלה א'

א. לפניך ארבעה היגדים. על סמך טבלה א' קבע מהו ההיגד הנכון.

1. לבעיה הפרימלית הנתונה יש פתרון אופטימלי יחיד
2. לבעיה הפרימלית הנתונה יש פתרון לא חסום
3. לבעיה הפרימלית הנתונה אין פתרון אופטימלי
4. לבעיה הפרימלית הנתונה יש אינסוף פתרונות אופטימליים

ב. לפניך ארבעה היגדים. על סמך טבלה א' קבע מהו ההיגד הנכון.

1. לבעיה הדואלית של הבעיה הנתונה יש פתרון אופטימלי יחיד
2. לבעיה הדואלית של הבעיה הנתונה יש אינסוף פתרונות אופטימליים
3. לבעיה הדואלית של הבעיה הנתונה אין פתרון אופטימלי
4. לבעיה הדואלית של הבעיה הנתונה יש פתרון לא חסום

סעיפים ג'–ד' מתייחסים לבעיה הפרימלית הבאה:

$$\max \{Z = 2x_1 + 4x_2\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$2x_2 \leq 1$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

ג. לפניך ארבעה היגדים. קבע מהו ההיגד הנכון.

1. לבעיה הפרימלית הנתונה יש פתרון אופטימלי יחיד
2. לבעיה הפרימלית הנתונה אין פתרון אופטימלי
3. לבעיה הפרימלית הנתונה יש אינסוף פתרונות אופטימליים
4. לבעיה הפרימלית הנתונה יש פתרון לא חסום

4. הבעיה הדואלית של הבעיה הפרימלית הנתונה היא:

$$\min \{Z = 3y_1 + y_2\} \quad .1$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$\begin{aligned} y_1 &\leq 2 \\ y_1 + 2y_2 &\geq 4 \\ y_1 \geq 0 \quad y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\min \{Z = 3y_1 + y_2\} \quad .2$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$\begin{aligned} y_1 &\geq 2 \\ y_1 + 2y_2 &\leq 4 \\ y_1 \geq 0 \quad y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\min \{Z = 3y_1 + y_2\} \quad .3$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$\begin{aligned} y_1 &\leq 2 \\ y_1 + 2y_2 &\leq 4 \\ y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\min \{Z = 3y_1 + y_2\} \quad .4$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$\begin{aligned} y_1 &\leq 2 \\ y_1 + 2y_2 &\leq 4 \\ y_1 \geq 0 \quad y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

סעיפים ה'–ז' מתייחסים לבעיה הפרימלית הבאה:

$$\max \{Z = 3x_1 + 4x_2\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 + x_2 &\geq 3 \\ x_1 \leq 0 \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

ה. לפניך ארבעה היגדים. קבע מהו ההיגד הנכון.

1. לבעיה הפרימלית הנתונה יש פתרון אופטימלי יחיד
2. לבעיה הפרימלית הנתונה אין פתרון אופטימלי
3. לבעיה הפרימלית הנתונה יש אינסוף פתרונות אופטימליים
4. לבעיה הפרימלית הנתונה יש פתרון לא חסום

ו. הבעיה הדואלית של הבעיה הפרימלית הנתונה היא:

$$\min\{Z = 2y_1 + 3y_2\}$$

בכפוף לאילוצים האלה

$$y_1 + y_2 \leq 3$$

$$y_1 + y_2 \geq 4$$

$$y_1 \geq 0 \quad y_2 \leq 0$$

לפניך ארבעה היגדים. קבע מהו ההיגד הנכון.

1. לבעיה הדואלית הנתונה יש פתרון אופטימלי יחיד
2. לבעיה הדואלית הנתונה יש אינסוף פתרונות אופטימליים
3. לבעיה הדואלית הנתונה אין פתרון אופטימלי
4. לבעיה הדואלית הנתונה יש פתרון לא חסום

ז. לפניך ארבעה היגדים. קבע מהו ההיגד הנכון, על-פי תשובתיך לסעיפים ה'ו'.

1. אם לבעיה פרימלית אין פתרון אופטימלי, אזי לבעיה הדואלית שלה יש בהכרח פתרון לא חסום
2. אם לבעיה דואלית אין פתרון אופטימלי, אזי לבעיה הפרימלית שלה יש בהכרח פתרון לא חסום
3. אם לבעיה דואלית יש פתרון לא חסום, אזי לבעיה הפרימלית שלה יש בהכרח פתרון לא חסום
4. אם לבעיה פרימלית אין פתרון אופטימלי, אזי ייתכן שגם לבעיה הדואלית שלה אין פתרון אופטימלי

בהצלחה!

הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך, והדק את הדף הזה אל מחברת הבחינה שלך.

הקף בעיגול את הספרה המייצגת את התשובה הנכונה לכל סעיף.

<u>שאלה 4</u>					<u>שאלה 3</u>					<u>שאלה 2</u>					<u>שאלה 1</u>				
4	3	2	1	סעיף א	4	3	2	1	סעיף א	4	3	2	1	סעיף א	4	3	2	1	סעיף א
4	3	2	1	סעיף ב	4	3	2	1	סעיף ב	4	3	2	1	סעיף ב	4	3	2	1	סעיף ב
4	3	2	1	סעיף ג	4	3	2	1	סעיף ג	4	3	2	1	סעיף ג	4	3	2	1	סעיף ג
4	3	2	1	סעיף ד	4	3	2	1	סעיף ד	4	3	2	1	סעיף ד	4	3	2	1	סעיף ד
4	3	2	1	סעיף ה	4	3	2	1	סעיף ה	4	3	2	1	סעיף ה	4	3	2	1	סעיף ה
<u>שאלה 8</u>					<u>שאלה 7</u>					<u>שאלה 6</u>					<u>שאלה 5</u>				
4	3	2	1	סעיף א	4	3	2	1	סעיף א	4	3	2	1	סעיף א	4	3	2	1	סעיף א
4	3	2	1	סעיף ב	4	3	2	1	סעיף ב	4	3	2	1	סעיף ב	4	3	2	1	סעיף ב
4	3	2	1	סעיף ג	4	3	2	1	סעיף ג	4	3	2	1	סעיף ג	4	3	2	1	סעיף ג
4	3	2	1	סעיף ד	4	3	2	1	סעיף ד	4	3	2	1	סעיף ד	4	3	2	1	סעיף ד
4	3	2	1	סעיף ה	4	3	2	1	סעיף ה	4	3	2	1	סעיף ה	4	3	2	1	סעיף ה
4	3	2	1	סעיף ו	4	3	2	1	סעיף ו	4	3	2	1	סעיף ו	4	3	2	1	סעיף ו
4	3	2	1	סעיף ז	4	3	2	1	סעיף ז	4	3	2	1	סעיף ז	4	3	2	1	סעיף ז

נספח ב': מילון מונחים (3 עמודים)

לשאלון 714003, אביב תשע"ו

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
		الجبر الخطّي	אלגברה לינארית
infinite number of solutions	бесконечное число решений	عدد غير نهائي من الحلول	אינסוף פתרונות
base	основание, базис	أساس	בסיס
dual	Двойственность	مُزدوّج	דואלי
determinant	Определитель, детерминант	المحدّدات	דטרמיננטה
rank	Степень, ранг	درجة	דרגה
vector	Вектор	مُتجه	וקטור
one-one correspondence	Инъекция, одно-однозначное отображение	ذات قيمة واحدة	חד-חד ערכית
transformation	отображение	تحوّل	טרנספורמציה
matrix	матрица	مصفوفة	מטריצה
inverse matrix	обратная матрица	مصفوفة معكوسة	מטריצה הופכית
invertible matrix	Невырожденная матрица	مصفوفة يمكن عكسها	מטריצה הפיכה
dimension	Размерность	بُعد	ממד
system of equations	Система уравнений	هيئة مُعادلات	מערכת משוואות
homogeneous system of equation	однородная система уравнений	هيئة مُعادلات متجانسة	מערכת משוואות הומוגנית
coefficients	коэффициенты	مُعاملات	מקדמים
space	пространство	بُعد	מרחב
slack variable	дополнительная переменная	مُتغيّر خامل	משתנה סרק

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
scalar	скаляр	عدديّ	סקלר
onto	Сюръекция	عُلْيَا	על
eigenvalue	собственное число	قيمة ذاتية	ערך עצמי
		البرمجة الخطية	תכנון לינארי
constraint	ограничение, неравенство	إجبار	אילוץ
demand	спрос	الطلب	ביקוש
transport problem	Транспортная задача	مشكلة النقل	בעיית תובלה
supply	Предложение	العرض	היצע
simplex tableau	симплекс-таблица	جدول بسيط	טבלת סימפלקס
dummy target	"свалка" — дополнительный пункт, куда свозят все лишнее производство	هدف وهمي	יעד דמה
not limited to the sign	неограниченный по знаку	لا يقتصر على علامة	לא מוגבל בסימן
dummy source	дополнительный (искусственный) производитель	مصدر وهمي	מקור דמה
basic variable	базисная переменная	متغير أساسي	משתנה בסיסי
cost	стоимость	تكلفة	עלות
objective function	целевая функция	وظيفة هادفة	פונקציית מטרה
northwestern corner method	Метод северо-западного угла	طريقة الركن الشمالي الغربي	שיטת הפינה הצפון-מערבית
primal problem	Прямая задача	مشكلة بدائية	בעיה פרימלית

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
parameter	Параметр	بارامטר	פרמטר
optimal solution	оптимальное решение	الحلّ الأمثل	פתרון אופטימלי
bounded solution	ограниченное решение	حلّ مسدود	פתרון חסום
single solution	единственное решение	حلّ وحيد	פתרון יחיד
vertex	вершина	رأس	קדקוד
linear combination	линейная комбинация	مزيج خطّي	קומבינציה לינארית
domain of possible solutions	область допустимых решений	مجال الحلول الممكنة	תחום הפתרונות האפשריים
linear programming	Линейное программирование	البرمجة الخطيّة	תכנון לינארי
linear dependence	линейная зависимость	الاعتماد الخطّي	תלות לינארית